

Начальное значение коэффициента фильтрации 5.9 определялось минимизацией функционала (4) в предположении однородности всего пласта (одно неизвестное значение). Найденные значения  $K$ , равные 33.05, 79.30, 7.88, 6.29, 0.0000001 (первый слой), 3.54 (второй слой), 9.24 (третий слой), далеки от истинных.

Вариант 2. Задача без регуляризации. Начальные значения коэффициента фильтрации (три неизвестных значения) 7.94, 0.07, 21.85 определялись минимизацией функционала (4) в предположении однородности слоев пласта. Найденные значения  $K$  равны 5.16, 16.93, 1.37, 8.22, 7.34 (первый слой), 0.05 (второй слой), 22.6 (третий слой). Полученное решение не совпадает с истинным.

Вариант 3. Задача с регуляризацией. Значение  $K^0$  бралось равным начальному значению из варианта 1. Найденные значения  $K$  равны 0.0000001, 46.11, 0.0000001, 6.82, 0.0000001 (первый слой), 0.85 (второй слой), 22.15 (третий слой). Полученное решение не совпадает с истинным.

Вариант 4. Задача с регуляризацией. Значение  $K^0$  бралось равным начальному значению из варианта 2. Найденные значения  $K$  равны 1.17, 11.59, 19.13, 9.95, 0.016 (первый слой), 0.0014 (второй слой), 29.94 (третий слой). В данном варианте решение близко к истинному.

В вариантах 1 – 3 сходимость по напорам не достигнута. В варианте 4 при совместном использовании регуляризации и предложенного выбора  $K^0$  достигнута сходимость по напорам ( $\max_i |h_i - h_i^*| \leq 0.1$  м) и получены значения коэффициента фильтрации, близкие к истинным.

## **НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ПЕРИОДИЧЕСКИЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ГАЗАХ**

**Зарипов Р.Г.**

*Институт механики и машиностроения КНЦ РАН, г. Казань*

Настоящий доклад является обзором экспериментальных и теоретических исследований нелинейных колебаний газа. В последние десятилетия были изучены продольные и преимущественно продольные колебания столба газа, заключенного в трубу конечной длины, при разных частотах возбуждения. Особый интерес был проявлен к резонансным и

околорезонансным колебаниям. При этом один конец трубы является закрытым, полностью или частично открытым. На другом конце находится возбудитель колебаний.

Простейшие возбудители представляют собой плоский поршень, совершающий возвратно-поступательное движение вдоль трубы, периодический тепломассоподвод и натекание струи газа в трубу. Последний способ самовозбуждения колебаний газа в трубе рассмотрел впервые Hartmann (1922). Случаи нелинейных колебаний по первым схемам впервые изучили Lehmann (1934), Mayer-Schuchard (1936), Lettau (1939), Schmidt (1939).

При возбуждении продольных колебаний с частотой  $\omega$  в закрытой трубе вблизи резонансов происходят рост и значительная деформация синусоидальной формы, образуются изломы и разрывы в волнах давления. Разрывные колебания газа называются периодическими ударными волнами. Резонансные частоты определяются из выражения  $\omega_{nm} = n\Omega/m$  ( $n, m = 1, 2, 3, \dots$ ), где  $\omega_{11} = \Omega = \pi c_0/L$  есть фундаментальная частота газового столба,  $c_0$  – скорость звука в невозмущенном газе и  $L$  – длина трубы. При  $m = 1$  имеем собственные частоты газового столба, которые определяют линейный резонанс. Значения  $m > 1$  ( $n$  некрatное  $m$ ) соответствуют частотам при нелинейных резонансах для субгармонических колебаний газа.

Отметим, что при решении одномерного уравнения газовой динамики метод малого параметра не дает ограниченные разрывные решения для случаев колебаний газа с частотами  $\omega_{nm}$ .

В данном докладе приводятся результаты многих авторов, однако в списке литературы отмечены лишь некоторые. В наиболее полном обзоре [1] экспериментальных и теоретических исследований этого направления можно найти все данные о работах.

Lettau (1939), Saenger и Hudson (1960), Гуляев и Кузнецов (1963) и другие показали, что слабые периодические ударные волны распространяются со скоростью звука и их интенсивность меняется вдоль закрытой трубы. Установлено существование стационарного вихревого движения газа, теоретически рассмотренное еще Рэлеем, причем ударные волны не

препятствуют развитию вихрей. В работе [2] описаны периодические ударные волны, обнаруженные при нелинейном резонансе ( $\omega = \omega_{12} = \Omega/2$ ). Главное отличие в эпоках давления состоит в том, что в этом резонансе между сильными разрывами в каждом периоде поршня располагаются разрывы с меньшим скачком. Кроме того, все волнообразование является менее интенсивным. В настоящее время Зарипов, Давыдов и Сонин экспериментально вызвали нелинейные колебания газа при частоте  $\omega = \omega_{13} = \Omega/3$  и изучили их особенности при широких диапазонах изменений частот и амплитуд возбуждения газа. Интенсивные периодические ударные волны исследованы ранее (см. [3]).

В теоретическом плане наиболее эффективным оказался подход, который разработал Chester (1964) [4]: проводится интегрирование уравнений газовой динамики в эйлеровых координатах в области линейных резонансов; задача сводится к решению некоторого интегродифференциального уравнения, записанного для сечения трубы у поршня. Затем находится решение для слабых волн давления с периодом, равным периоду колебаний поршня. Оно представляется в виде непрерывной функции со средним нулевым значением и разрывом, который характеризует фронт ударной волны. Более точные решения были получены в работах Галиева, Ильгамова, Садыкова (1970), Mortell (1971), Seymour (1973), Keller (1975), Jimenez (1973) и других авторов. Zaripov и Ilgamov (1976) получили расчетные соотношения для определения газодинамических характеристик интенсивных ударных волн, возникающих в трубе с коническим переходником. Метод характеристик использовался в работах Крайко и Ни (1980). Последовательный асимптотический анализ уравнений движения газа позволил корректно обосновать способ введения в течение сильных разрывов. Одновременно был предложен алгоритм построения решения эволюционным путем.

Результаты численного моделирования продольных колебаний газа на основе уравнений идеального газа приведены в работе [5].

Исследования нелинейных колебаний газа в открытой трубе представляют значительные трудности, обусловленные, главным образом, моделированием поведения газового столба у выходного сечения трубы.

При вычислении  $\omega_{n1}$  Рэлеем впервые была предложена поправка к длине трубы  $\sigma R$ , зависящая от телесного угла, в котором происходит излучение акустической энергии во внешнее пространство. Первые эксперименты провел Hudson (1955), который обнаружил появление вблизи первого резонанса у открытого конца трубы прерывистой струи и вихревых колец. Аналогичные визуальные наблюдения дополнили и уточнили картину течения газа (Disselhorst и Wijngaarden, 1980; Зарипов, Ильгамов, Новиков и Репин, 1991). Структура течения газа зависит от отношения диаметров поршня  $d_0$  и трубы  $d$ . Случай  $d > d_0$  рассматривался в работе [6].

Как и для закрытой трубы, при возбуждении газа с собственными частотами в открытой трубе наблюдаются периодические ударные волны, которые возникают в области трубы, расположенной ближе к открытому концу (Зарипов, 1977). В некоторых экспериментах (Stuhlträger и Thomann, 1986; Зарипов и Репин, 1991) отмечается сдвиг экспериментальных резонансных частот от рассчитанных по линейной теории. Salikuddin и Brown (1986) выявили различные нелинейные эффекты при распространении волн в трубе с концевыми насадками.

Wijngaarden (1968) [7], используя нелинейность импеданса, впервые предложил граничное условие у открытого конца трубы. Решение уравнений газовой динамики находилось методом характеристик. В дальнейшем это условие уточнялось (Wijngaarden и Disselhorst, 1979) и были проведены некоторые модификации с введением эмпирических параметров (Keller, 1977; Ting и Keller, 1977, Chester, 1981).

Граничное условие, используемое в работах Галиуллина (1987) и Пермякова (1988), позволяет учитывать наличие высших гармоник в колебаниях газа. Иной подход к явлениям у открытого конца трубы предложили Jimenez (1973), Mortell и Seymour (1973). Здесь применялось граничное условие в виде линейного импеданса, включающего два параметра: линейное изменение длины трубы за счет концевой поправки и коэффициент отражения волн от открытого конца. Последний определился из экспериментов. В работах Ни (1985), Медникова и Новицкого (1974) исследовались нелинейные колебания газа в трубе переменного сечения.

Акустотермические эффекты при резонансных колебаниях газа в трубе исследовали Saenger и Hudson (1960), Гуляев и Кузнецов (1963), Галиуллин и Ревва (1982), Merkli и Thomann (1975), Rott (1974), Bergh и Tijdemann (1965) и другие авторы.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы "Интеграция".

#### **Литература**

1. Ilgamov M.A., Zaripov R.G., Galiullin R.G., Repin V.B. Non-linear gas oscillations in a tube // Appl. Mech. Rev. – 1996. – V. 49. – N 3. – P. 137–154.
2. Галиев Ш.У., Ильгамов М.А., Садыков Г.В. О периодических ударных волнах в газе // Известия АН СССР. МЖГ. – 1970. – № 2. – С. 57–66.
3. Ilgamov M.A., Zaripov R.G. Non-linear gas oscillations in a pipe // J. Sound and Vibr. – 1976. – V. 46. – N 2. – P. 245–247.
4. Chester W. Resonant oscillations in closed tube // J. Fluid Mech. – 1964. – V. 18. – N 1. – P. 44–64.
5. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Smirnova E.T. Development of longitudinal gas oscillations in a closed tube // J. Sound and Vibr. – 1996. – V. 195. – N 3. – P. 359–374.
6. Васильев Л.С., Зарипов Р.Г., Марсумова А.Т., Сальянов О.Р. Экспериментальное исследование внешнего волнового поля у открытого конца трубы // ИФЖ. – 1991. – Т. 61. – № 8. – С. 714–716.
7. Van Wijngaarden L. On oscillations near and at resonance in open pipes // J. Engng. Math. – 1968. – V. 2. – N 3. – P. 225–240.

### **КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЕФОРМИРУЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ГРУНТОВЫМИ СРЕДАМИ**

**Кибец А.И.**

*НИИ механики при Нижегородском государственном университете*

Рассматриваются трехмерные нестационарные задачи соударения сложных составных конструкций с грунтовыми средами. Конструкция может включать в себя массивные тела, оболочки и стержни. В процессе соударения допускаются большие смещения и упругопластическое деформирование конструктивных элементов.